

Школа за основно образовање одраслих „Обреновац“

М А Т Е М А Т И К А

за 8. разред

Обреновац, јануар 2021.године

ОБРАДА ПОДАТАКА

ГРАФИЧКИ ПРИКАЗ

Свакодневне информације о најразличитијим појавама као што су потрошња, незапосленост, временска прогноза, загађеност, број оболелих, број умрлих, кретање цена, возни ред, спортски и културни догађаји.....приказују се сликовито, односно **табелама, графиконима и дијаграмима.**

ТАБЕЛЕ

Табеле су правоугаоне шеме подељене на правоугаона поља.

ПРИМЕР 1.Недељна потрошња за ужину у динарима

Дани у недељи	ПОНЕДЕЉАК	УТОРАК	СРЕДА	ЧЕТВРТАК	ПЕТАК
Потрошња у динарима	50	80	70	40	110

- Колико се динара укупно потрошило за ужину?

- Ког дана је најмање (min), а ког највише (max) потрошено динара за ужину?

ОДГОВОРИ:

1. Укупно се потрошило: $50 + 80 + 70 + 40 + 110 = 350$ динара

2. Најмање новца потрошено у четвртак (40 динара), а највише у петак (110 динара)

ПРИМЕР 2.Измерена температура у различитим временима у понедељак

Времена	6h	9h	12h	15h	18h
Понедељак	15°	17°	24°	21°	16°

- У колико часова је измерена највиша, а у колико најнижа температура и колико је износила?

ОДГОВОР:

-Највиша температура измерена у 12h износила је 24°, а најнижа измерена у 6h, 15°.

ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД:

1.Табеларно представити оцене АДАМОВИЋ ПЕТРА из математике (3), хемије (4), физичког (5) и физике (2).

-Највишу оцену има из _____, а најнижу из _____.

2.Представити табелом планиране своје дневне активности са дужином трајања?

ГРАФИКОНИ

Приказ **графиком** је прегледнији и схватљивији од приказа табелом. Свака оса се означава и назива у складу са величином коју представља

ПРИМЕР 1. На графикону је приказана продаја воћа у кг за првих 6 месеци.



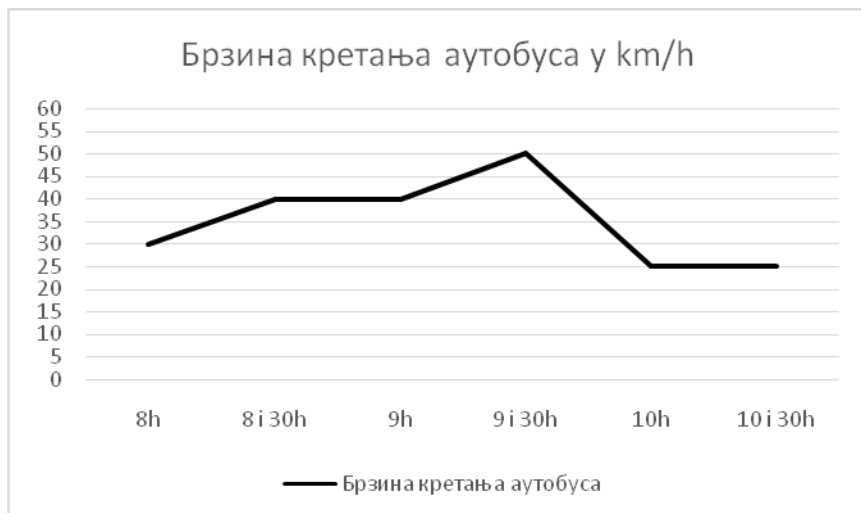
Са графикона уочавамо да јенајвиша продаја у **ЈАНУАРУ**-290кг, а најмања у **ФЕБРУАРУ**-210кг.

Табела продаје воћа биће:

МЕСЕЦИ	Јануар	Фебруар	Март	Април	Мај	Јун
Продаја у кг	290	210	220	250	240	260

ЗАДАТАК И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД:

1. На основу података са графикона о брзини кретања аутобуса допунити следеће реченице и направити табелу.



- Аутобус је највећу (max) брзину достигао у _____ часова.

- Најмања (min) брзина којом се аутобус кретао је _____ km/h.

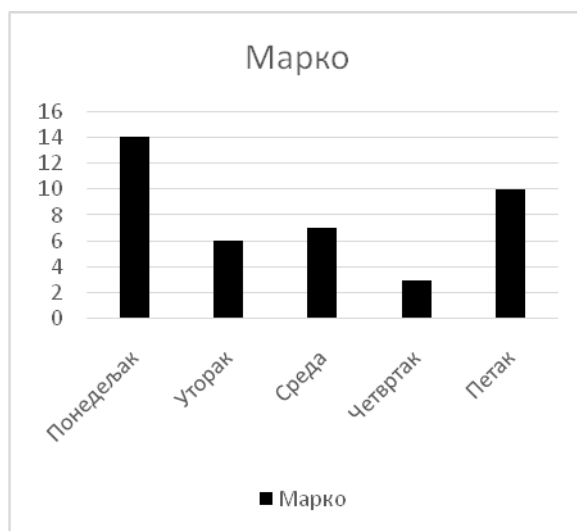
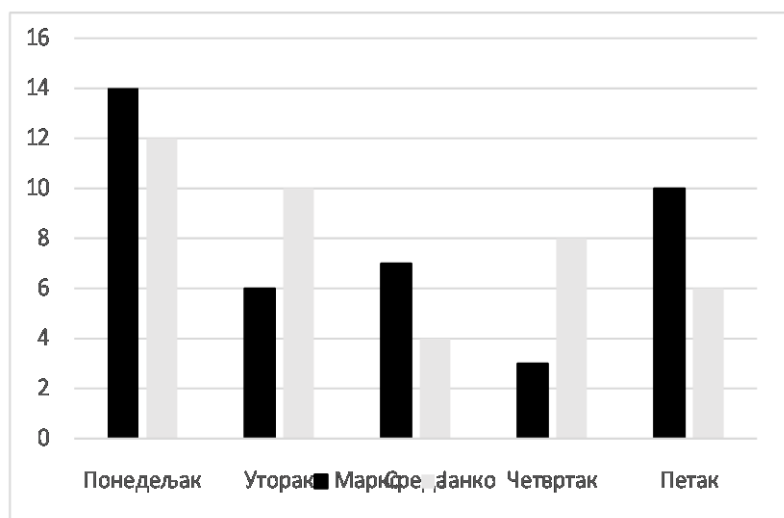
2 ДИЈАГРАМИ

СТУБИЧНИ ДИЈАГРАМИ – подаци приказани у облику стубића(ширина свих стубића мора бити иста).

ПРИМЕР 1. Марко и Јанко су заједно пецали од понедељка до петка. У табели је приказано колико су рибе којег дана упецали.

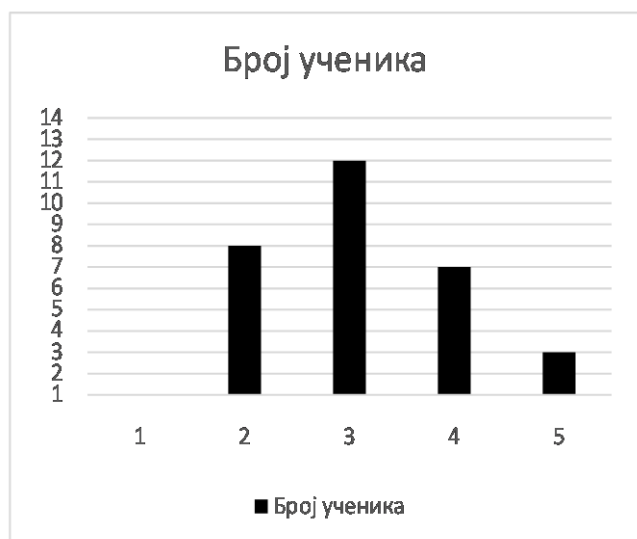
	Понедељак	Уторак	Среда	Четвртак	Петак
МАРКО	14	6	7	3	10
ЈАНКО	12	10	4	8	6

ИСТИ ПОДАЦИ МОГУ СЕ ПРИКАЗАТИ ДВОСТУБИЧНИМ И СТУБИЧНИМ ДИЈАГРАМОМ.



ЗАДАТАК И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД:

Прочитајте са ДИЈАГРАМА колико је ученика добило сваку од оцена на писменом задатку и те податке упишите у табелу.



ОЦЕНА	БРОЈ УЧЕНИКА
5	
4	
3	
2	
1	

КРУЖНИ ДИЈАГРАМИ (пита – пица)

ПРИМЕР 1.Резултати анкете **120 матураната** једне школе о томе у коју би земљу путовали дати су у табели.

Земље	ИТАЛИЈА	ГРЧКА	ЧЕШКА
Број ученика	60	30	30
ПРОЦЕНАТ	$60/120 = \frac{1}{2} = 50\%$	$30/120 = \frac{1}{4} = 25\%$	$30/120 = \frac{1}{4} = 25\%$



На основу анкете закључујемо да 60 матураната ($\frac{1}{2}$, 50%)жели да путује у Италију, а друга половина од 60 матураната : 30 у Грчку и 30 у Чешку.

ЗАДАТАК И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД:

У табели је дат успех **24 ученика**

УСПЕХ	Довољан	Добар	Врло добар	Одличан
БРОЈ УЧЕНИКА	1	3	8	12

- На основу података из табеле приказати успех ученика КРУЖНИМ ДИЈАГРАМОМ.
- Колико ученика има одличан успех, а колико ученика има довољан успех?
- Колико процената је одличних?
- Да ли можемо донети још неке закључке и које?

СТАТИСТИЧКИ ПОДАЦИ

СТАТИСТИКА је област **МАТЕМАТИКЕ** која се бави прикупљањем, анализом, обрадом, објашњавањем и презентацијом података. Примењује се од **ФИЗИКЕ** до **ЕКОНОМИЈЕ** и **СОЦИОЛОГИЈЕ**.

Број понављања истог податка назива се **ФРЕКВЕНЦИЈА** или **УЧЕСТАЛОСТ** тог податка.

ПРИМЕР 1.

Ученици осмих разреда једне школе на основу анкете о најдражем спорту дали су следеће одговоре који су приказани у табели:

НАЈДРАЖИ СПОРТ	БРОЈ УЧЕНИКА (цртицом)	ФРЕКВЕНЦИЈА-УЧЕСТАЛОСТ
Одбојка	III III	10
Пливање	III III III	14
Фудбал	III III III I	16
Кошарка	III III	8
Рукомет	III III II	12

УКУПНО : $10 + 14 + 16 + 8 + 12 = 60$ фреквенција је број испитаних ученика.

ЗАДАТАК И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

1. На тесту знања из математике ученици су постигли следеће резултате :

ОЦЕНА	БРОЈ УЧЕНИКА	ФРЕКВЕНЦИЈА
недовољан (1)	II	
довољан (2)	III	
добар (3)	III III	
врло добар (4)	III I	
одличан (5)	III	

- Колико ученика је радило тест из математике?
- Колико ученика је добило јединицу, двојку, тројку, четворку и петицу на тесту?
- Коју оцену има највећи број ученика, а коју оцену најмањи број ученика?
- Нацртати график и дијаграм резултата теста.

АРИТМЕТИЧКА СРЕДИНА

ПРОСЕЧНА ВРЕДНОСТ или **ПРОСЕК** је **АРИТМЕТИЧКА СРЕДИНА** посматраних података, мања је од највећег, а већа од најмањег бројчаног податка и рачуна се према изразу :

$$\bar{a} = (a_1 + a_2 + \dots + a_n) / n$$

ЗБИР СВИХ ЧЛАНОВА СКУПА ПОДЕЛИ СЕ СА БРОЈЕМ ЧЛАНОВА СКУПА.

АРИТМЕТИЧКА СРЕДИНА представља вредност око које се групишу подаци.

ПРИМЕР 1. У табели је приказано време у минутима које је Петар провео учећи биологију. **Колико је у просеку дневно Петар учио биологију за тих 6 дана?**

Дани	Понедељак	Уторак	Среда	Четвртак	Петак	Субота
Време у минутима	30	20	25	35	25	45

ОДГОВОР : S (скуп) – ЗБИР СВИХ ВРЕМЕНА у минутима

n– број дана

$$S = 30 + 20 + 25 + 35 + 25 + 45 = 180 \text{ минута}$$

$$n = 6 \text{ дана}$$

ПРОСЕК/АРИТМЕТИЧКА СРЕДИНА = S / n = 180 минута / 6 = 30 минута

Петар је у просеку учио биологију 30 минута (пола сата).

ПРИМЕР 2. Висина чланова одбојкашке екипе износи 169, 170, 165, 172, 168, 173, 176, 180, 170, 167, 164, 174 у центриметрима. Израчунати просечну висину одбојкашица?

ОДГОВОР: n- број чланова одбојкашке екипе је 12

$$S\text{- укупна висина (169+170+165+172+168+173+176+180+170+167+164+174) 2048 cm}$$

$$\text{ПРОСЕЧНА ВИСИНА} = S/n = 2048 \text{ cm} / 12 = 170,66 \text{ cm} = 171 \text{ cm}.$$

ЗАДАТАК И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД:

- Биљана у кућној колекцији има 6 филмова. Подаци о тим филмовима дати су у табели.

НАЗИВ ФИЛМА	Година снимања	Редитељ	Трајање у минутима
„Боксери иду у рај“	1967.	Бранко Человић	88
„Ко то тамо пева“	1980.	Слободан Шијан	86
„Мајстори, мајстори“	1980.	Горан Марковић	83
„Сећаш ли се Доли Бел“	1981.	Емир Кустурица	107
„Маратонци трче почасни круг“	1982.	Слободан Шијан	92
„Балкан експрес“	1983.	Бранко Балетић	102

- Колика је просечна дужина трајања ових филмова? $S=?$, $n=?$, $\bar{a}=?$

- Који филм траје најдуже, а који најкраће?
- Које филмове је режирао Слободан Шијан и колико филмова из колекције?
- Који филмови су режирани исте године?

6

СРЕДЊА ВРЕДНОСТ, МЕДИЈАНА И МОДУС

СРЕДЊА ВРЕДНОСТ ЈЕ АРИТМЕТИЧКА СРЕДИНА ПОСМАТРАНИХ ПОДАТАКА.

Представља вредност око које се подаци групишу.

ПРИМЕР 1. Какав успех је остварио ученик ако су његове оцене :5, 4, 5, 5, 3, 4, 4?

На основу података рачунамо просек оцена, то јест средњу вредност : $n=7$, $S=5+4+5+5+3+4+4=30$

$$\bar{a}=S/n=30/7=4,2857=4,29$$

ОДГОВОР : Ученик је разред завршио са врло добрим успехом.

МЕДИЈАНА ЈЕ БРОЈ КОЈИ СЕ НАЛАЗИ У СРЕДИНИ УЗЛАЗНОГ НИЗА ЗАДАТИХ ВРЕДНОСТИ. Ако низ има **НЕПАРАН** број чланова, медијана је средишњи број, а ако низ има **ПАРАН** број чланова, медијана је аритметичка средина средња два броја.

ПРИМЕР 1. Одредити медијану ако су оцене ученика следеће : 5, 4, 5, 5, 3, 4, 4 ?

Прво поређамо оцене од најниже до највише 3, 4, 4, 4, 5, 5, 5, уочавамо да низ има **непаран** број чланова па је МЕДИЈАНА средишњи број **4**.

ПРИМЕР 2. Ученик има следеће оцене : 2, 2, 3, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 5. Имамо **паран** број чланова па је медијана аритметичка средина **средња два броја** а то су **3 и 3**, па је медијана $(3+3)/2 = 3$.

МОДУС ЈЕ ПОДАТАК КОЈИ ИМА НАЈВЕЋУ УЧЕСТАЛОСТ, ОДНОСНО КОЈИ СЕ НАЈВИШЕ ПОНАВЉА.

На основу ПРИМЕРА 2. Број 2 се понавља двапут, број 3 четири пута, број 4 три пута, а 5 само једном.

МОДУС је број 3 јер се он највише пута понавља (понавља се 4 пута).

ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

1. У првих 10 дана августа 2020. године дневна температура у 13h у Обреновцу била је :

Датум	01.08.	02.08.	03.08.	04.08.	05.08.	06.08.	07.08.	08.08.	09.08.	10.08.
Температура у °C	28°	29°	29°	29°	25°	29°	32°	34°	24°	24°

На основу података израчунати средњу вредност, медијану и модус?

2. У једном одељењу VI разреда од **30** ученика 3 ученика имају оцену 5 из математике, 6 ученика оцену 4, 12 ученика оцену 3, 5 ученика оцену 2, а остали оцену 1. Израчунати средњу оцену, медијану и модус из математике?

ОЦЕНА	5	4	3	2	1
Број ученика	3	6	12	5	

ПРОЦЕНАТ

ПРОЦЕНАТ неке величине је **СТОТИ ДЕО** те величине.Разломак облика $n / 100$.

$50 \% = \frac{1}{2}$; $25 \% = \frac{1}{4}$; $10 \% = \frac{1}{10}$; $20 \% = 2 \times 10 \%$; $75 \% = \frac{3}{4}$.

ПРИМЕР 1. Месечни рачун за воду породице Петровић је **3.800,00** динара.За заштиту животне средине издваја се **2%** од рачуна за воду.Колико динара месечно породица Петровић издваја за заштиту животне средине?

ПОСТУПАК : $3.800 \times 2 \% = (3.800 \times 2) : 100 = 7.600 : 100 = 76$ динара.

ОДГОВОР : Породица Петровић за заштиту животне средине месечно издваја **76 динара.**

ПРИМЕР 2. На омоту чоколаде од **100 g** дат је у **%** приказ хранљивих вредности:

Хранљиве вредности	Протеини	Угљени хидрати	Маси	Влакна	Натријум
Проценат	9,36 %	49,5 %	38,5 %	2,5 %	0,14 %

- Колико грама влакана садржи 200 грама чоколаде?

ПОСТУПАК : 100 грама чоколаде садржи 2,5 % влакана, па 200 грама чоколаде садржи $2 \times 2,5 \% = 5 \%$.

ОДГОВОР : Двеста грама чоколаде садржи **5% грама влакана.**

се реализује прослава је **80 %** од укупног броја ученика тог одељења.Ако их у одељењу има **30**, колико најмање ученика треба да се пријави за прославу?

ПОСТУПАК : Број ученика $\times \% = 30 \times 80 \% = (30 \times 80) : 100 = 2.400 : 100 = 24$

ОДГОВОР : За реализацију прославе треба да се пријави најмање **24 ученика.**

ЗАДАТАК И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

- У продавници намештаја истакнута је реклама : „ЗА ГОТОВИНСКО ПЛАЋАЊЕ ОДОБРАВА СЕ ПОПУСТ ОД 12 %“.Породица Јовановић је купила ормар, радни сто и столицу.Редовна цена ормара је 12.000,00 динара; стола 6.000,00 динара и столице 3.500,00.Породица Јовановић је платила рачун готовински.

- Колики попуст су остварили у динарима?
- Остварили су попуст од _____ динара.

8
ПРОПОРЦИЈА

КОЛИЧНИК $a : b$ ($b \neq 0$) назива се **РАЗМЕРА** реалних бројева a и b .

ПРИМЕРИ : $2 : 3$; $5 : 7$; $3 : 4 = \frac{3}{4}$

Ако две разmere, $a:b$ и $c:d$ имају исту вредност каже се да оне чине пропорцију. **ПРОПОРЦИЈА ЈЕ ЈЕДНАКОСТ ДВЕЈУ РАЗМЕРА**, што се записује $a : b = c : d$ где су a, b, c, d **ЧЛАНОВИ ПРОПОРЦИЈЕ**. **ОСНОВНО СВОЈСТВО ПРОПОРЦИЈЕ** је да је **ПРОИЗВОД спољашњих чланова** (a и d) једнак производу унутрашњих (b и c), тј. ако је $a : b = c : d$, тада важи $a \cdot d = b \cdot c$ ($b \neq 0$; $d \neq 0$).

Две величине x и y су **ДИРЕКТНО ПРОПОРЦИОНАЛНЕ** ако постоји коефицијент пропорционалности $k \neq 0$ такав да важи $y = k \cdot x$.

Две величине x и y су **ОБРНУТО ПРОПОРЦИОНАЛНЕ** ако постоји коефицијент обрнуте пропорционалности $k \neq 0$ такав да важи $y = k / x$.

ПРИМЕР 1. Колико кошта 7 кг кромпира ако је за 5 кг кромпира плаћено 120 динара?

ПОСТУПАК РАДА : 5 кг 120 дин.

$\uparrow$ 7 кг x дин. $\uparrow$

ПРОПОРЦИЈА: $x : 120 = 7 : 5$

ПРОИЗВОД : $5 \cdot x = 7 \cdot 120 : 5$

$x = 840 / 5 \rightarrow x = 168$ динара

ОДГОВОР: За 7 кг кромпира платићемо 168 динара.

ПРИМЕР 2. Три молера окрече стан за четири дана. Колико молера је потребно да би исти стан био окречен за три дана?

ПОСТУПАК : 3 молера 4 дана $\downarrow$

$\uparrow$ x молера 3 дана

ПРОПОРЦИЈА: $x : 3 = 4 : 3$

ПРОИЗВОД: $3 \cdot x = 3 \cdot 4 : 3 \rightarrow x = 12 / 3 \rightarrow x = 4$ молера

ОДГОВОР : Да би стан био окречен за 3 дана потребно је 4 молера.

ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

1. Ако 4 биоскопске карте коштају 1.000,00 динара, колико кошта 14 биоскопских карата?
2. Однос маса кречњака и глине у цементу је 3 : 1. Колико треба узети кречњака на 3 кг глине?

3. Однос броја x према броју 52 једнак је односу 7 према 13. Колико је x ?

МЕРЕЊЕ

ОСНОВНЕ ЈЕДИНИЦЕ МЕРЕ :

1. за **ДУЖИНУ** метар (**m**); **1m=10dm=100cm=1.000mm**
 - мање јединице dm, cm и mm; **1dm=10cm=100mm ; 1cm=10mm ;**
 - већа јединица од метра је километар (km) **1km=1.000m**
2. за **ПОВРШИНУ** квадратни метар (**m²**); **1m²=100dm²=10.000cm²=1.000.000mm²**
 - мање јединице **1dm²=100cm²=10.000mm²; 1cm²=100mm²**
 - веће јединице **1km²=100ha=10.000a=1.000.000m²; 1ha=100a=10.000m²; 1a=100m²**
3. за **ЗАПРЕМИНУ** кубни метар (**m³**) ;
1m³=1.000dm³=1.000.000cm³=1.000.000.000mm³
 - мање јединице **1dm³=1.000cm³=1.000.000mm³; 1cm³=1.000mm³**
 - веће јединице **1km³=1.000.000.000m³**

* запремина течности литар (l) ; **1l=10dl=100cl=1.000ml**
1l=10dm³=1.000cm³=1kg
1hl=100l
4. за **МАСУ** килограм (kg); **1kg=1.000g=1.000.000mg**
 - мање јединице **1g=1.000mg**
 - веће јединице **1t=1.000kg**
5. за **ВРЕМЕ** час (h) ; **1 дан=24h ; 1h=60min=3.600s**
седмица – недеља, месец, година и век (1 век = 100 година)

6.3a ПЛАЋАЊЕ новац (динар)

ПРИМЕР 1. $1,5\text{m} = (1,5 \cdot 10) 15\text{dm} = (1,5 \cdot 100) 150\text{cm} = (1,5 \cdot 1.000) 1.500\text{mm}$
 $185\text{cm} = (185 / 100) 1\text{m } 8\text{dm } 5\text{cm}$
 $3\text{h} = (3 \cdot 60) 180\text{min} = (3 \cdot 3.600) 10.800\text{s}$
 $2,5\text{t} = (2,5 \cdot 1.000) 2.500\text{kg}$

ПРИМЕР 2. Маса гајбице са малинама је 2кг и 20 грама. Колико је то у грамима?

ПОСТУПАК : $1 \text{ кг} = 1.000\text{g} \rightarrow 2\text{кг} = 2 \cdot 1.000\text{g} = 2.000\text{g} \rightarrow 2.000\text{g} + 20\text{g} = 2.020\text{g}$

ОДГОВОР : Маса гајбице са малинама износи 2.020 грама.

ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД:

- Допунити : $5\text{m} = \underline{\hspace{1cm}}\text{cm}$; $2\text{дана} = \underline{\hspace{1cm}}\text{сати}$; $5\text{a} = \underline{\hspace{1cm}}\text{m}^2$; $7\text{km} = \underline{\hspace{1cm}}\text{m}$; $2\text{века} = \underline{\hspace{1cm}}\text{година}$
- Милош је данас имао 4 часа у школи. Школски час траје 45 минута. Колико дуго је трајала Милошева настава? Одговор дати у минутима или сатима.
- Једнодневни излет од Београда до Палића кошта 4.850,00 динара. Којим новчаницама можеш да платиш излет? Заокружи одговор испред тачног одговора.
 - 48 новчаница од 100 динара
 - 24 новчаница од 200 динара
 - 97 новчаница од 50 динара

10

ГЕОМЕТРИЈСКА ТЕЛА

ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО ЈЕ ОГРАНИЧЕНИ ДЕО ПРОСТОРА (ОГРАНИЧЕН СА СВИХ СТРАНА ДЕЛОВИМА РАВНИ КОЈЕ СЕ НАЗИВАЈУ СТРАНЕ.)

ПРИЗМА

ПРИЗМА ЈЕ ПРАВИЛНО ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО КОЈЕ СЕ САСТОЈИ ОД ДВА ПАРАЛЕЛНА ПОДУДАРНА МНОГОУГЛА - БАЗЕ или ОСНОВЕ И ОД ПАРАЛЕЛОГРАМА КОЈЕ НАЗИВАМО БОЧНЕ СТРАНЕ. БРОЈ ПАРАЛЕЛОГРАМА ЗАВИСИ ОД БАЗЕ или ОСНОВЕ. ОСНОВА МОЖЕ БИТИ ТРОУГАО, ЧЕТВОРОУГАО, ПЕТОУГАО, ШЕСТОУГАО ИТД. ОСНОВНИ ЕЛЕМЕНТИ ПРИЗМЕ СУ : ТЕМЕНА, СТРАНЕ И ИВИЦЕ (ИВИЦЕ БАЗЕ-ОСНОВЕ И БОЧНЕ ИВИЦЕ).

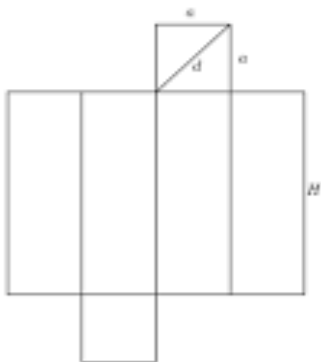
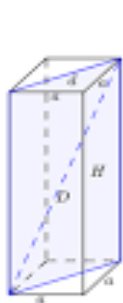
ПОВРШИНА сваке ПРИЗМЕ израчунава се формулом $P = 2B + M$, а **ЗАПРЕМИНА** $V = B \cdot H$, $M = O_B \cdot H$.

ПРАВИЛНА ЧЕТВОРОСТРАНА ПРИЗМА

ПРАВИЛНА ЧЕТВОРОСТРАНА ПРИЗМА је ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО које се састоји од базе-основе, 2 **КВАДРАТА** (странице a) и омотача, 4 **ПРАВОУГАОНИКА** и ивица и висине призме H . **Дијагонала призме** $D^2 = d^2 + H^2$.

Правилна четворострана призма има 8 темена, 6 страна (2+4), 12 ивица (8 основних и 4 бочне ивице).

Формуле за израчунавање **ПОВРШИНЕ И ЗАПРЕМИНЕ ПРАВИЛНЕ ЧЕТВОРОСТРАНЕ ПРИЗМЕ** су :



$$B = a^2$$

$$M = 4aH$$

$$P = 2a^2 + 4aH$$

$$V = a^2 H$$

$$d = a\sqrt{2}$$

$$P_D = a\sqrt{2} H$$



ПРИМЕР 1. Израчунати површину и запремину правилне четворостране призме основне ивице $a=2\text{cm}$ и висине $H=3\text{cm}$.

ПОСТУПАК : $a=2\text{cm}$, $H=3\text{cm}$, $P=?$, $V=? \rightarrow B=a^2=2^2=4\text{cm}^2$ $M=4aH=4 \cdot 2 \cdot 3=24\text{cm}^2$

$P=2B + M$ $P=2 \cdot 4\text{cm}^2 + 24\text{cm}^2=8\text{cm}^2 + 24\text{cm}^2=32\text{cm}^2$

$V=a^2 H$ $V=4\text{cm}^2 \cdot 3\text{cm}=12\text{cm}^3$

ОДГОВОР : Површина правилне четворостране призме износи 32cm^2 , а запремина 12cm^3 .

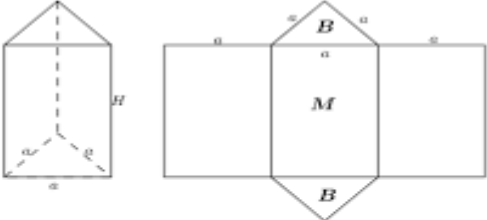
ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

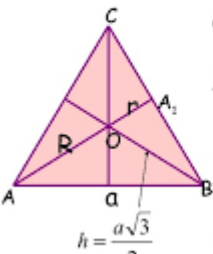
1. Колико темена, страна, ивица има правилна четворострана призма?
2. Израчунати површину и запремину правилне четворостране призме основне ивице $a=3\text{cm}$ и висине $H=4\text{cm}$.

11

ПРАВИЛНА ТРОСТРАНА ПРИЗМА

ПРАВИЛНА ТРОСТРАНА ПРИЗМА је ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО које се састоји од две основе-базе, 2 **ЈЕДНАКОСТРАНИЧНА ТРОУГЛА** (ивицеа) и омотача 3 **ПРАВОУГАОНИКА** ивицеа и висине призме H . Правилна тространа призма има **6 темена**, **5 страна** ($2+3$), **9 ивица** (**6 основних и 3 бочне**). **Формуле** за израчунавање **ПОВРШИНЕ И ЗАПРЕМИНЕ ПРАВИЛНЕ ТРОСТРАНЕ ПРИЗМЕ** су:


$$B = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$
$$M = 3aH$$
$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + 3aH$$
$$V = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} H$$



Подсетимо се сада
једнакостраничног троугла...

$$O = 3a$$
$$P = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$
$$R = \frac{2}{3} \cdot h = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$
$$r = \frac{1}{3} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

ПРИМЕР 1. Израчунати основну ивицу ($a=?$) правилне тростране призме ако површина омотача M износи 264cm^2 , а висина H 11cm .

ПОСТУПАК : $M=264\text{cm}^2$, $H=11\text{cm}$, $a=? \rightarrow M=3aH \rightarrow 264\text{cm}^2=3a \cdot 11\text{cm}$
 $264\text{cm}^2=33a\text{cm} / : 33$
 $a=8\text{cm}$

ОДГОВОР : Ивица правилне тростране призме износи 8cm .

ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

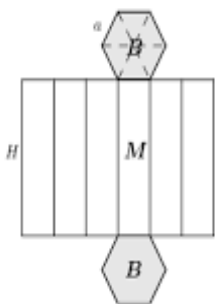
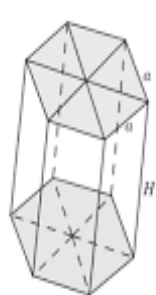
1. Колико темена, страна, ивица има правилна тространа призма?
2. Нацртати правилну тространу призму.
3. Израчунати висину H правилне тростране призме чији је омотач $M = 120\text{cm}^2$, а основна ивица $a=4\text{cm}$.

4.Израчунати колико платна треба да би се сашио шатор у облику правилне тростране призме дужине $H=10\text{cm}$ и ширине $a=4\text{cm}$?

12

ПРАВИЛНА ШЕСТОСТРАНА ПРИЗМА

ПРАВИЛНА ШЕСТОСТРАНА ПРИЗМА је ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО која се састоји од две основне базе, 2ШЕСТОУГЛА(12 ЈЕДНАКОСТРАНИЧНИХ ТРОУГЛОВА-ивице a) и омотача 6ПРАВОУГАОНИКА странице a и висине призме H . Правилна шестострана призма има 12 темена, 8 страна(2 + 6), 18 ивица(12 основних и 6 бочних ивица). Формуле за површину и запремину правилне шестостране призме су:



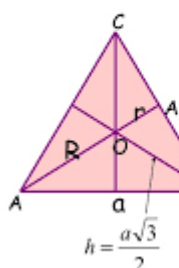
$$B = \frac{3}{2} a^2 \sqrt{3}$$

$$M = 6aH$$

$$P = 3a^2 \sqrt{3} + 6aH$$

$$V = \frac{3}{2} a^2 \sqrt{3} H$$

Подсетимо се сада
једнакостраничног троугла...



$$O = 3a$$

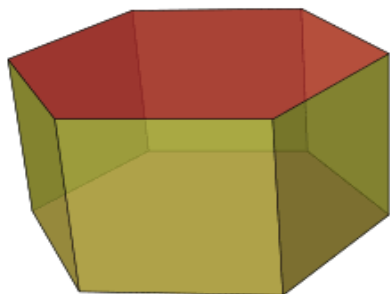
$$P = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$R = \frac{2}{3} \cdot h = \frac{2}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$r = \frac{1}{3} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$$

ПРИМЕР 1. Израчунати омотач једнакоивичне шестостране призме којој су све ивице једнаке $a=\sqrt{3}\text{m}$.

ПОСТУПАК : Цртамо слику. Једнакоивична шестострана призма има све ивице једнаке, а то значи да је $a=H$.



$$a=H=\sqrt{3}, M=? \quad M=6 \cdot a \cdot H=6 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}=6 \cdot \sqrt{3} \cdot \sqrt{3}=6 \cdot \sqrt{9}=6 \cdot 3=18\text{m}^2$$

ОДГОВОР : Омотач једнакоивичне шестостране призме ивице $a=\sqrt{3}\text{m}$ износи $M=18\text{m}^2$.

ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

1. Колико темена и ивица има шестострана призма?
2. Нацртати и обележити темена и ивице шестостране призме.
3. Написати формуле за површину и запремину шестостране призме.

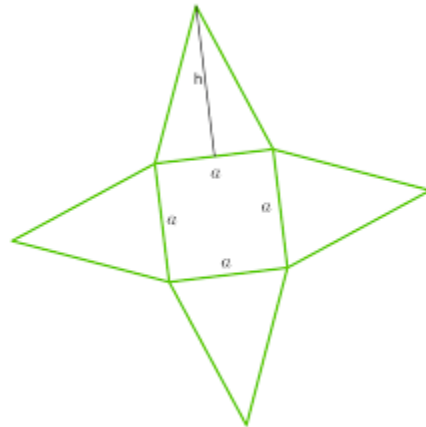
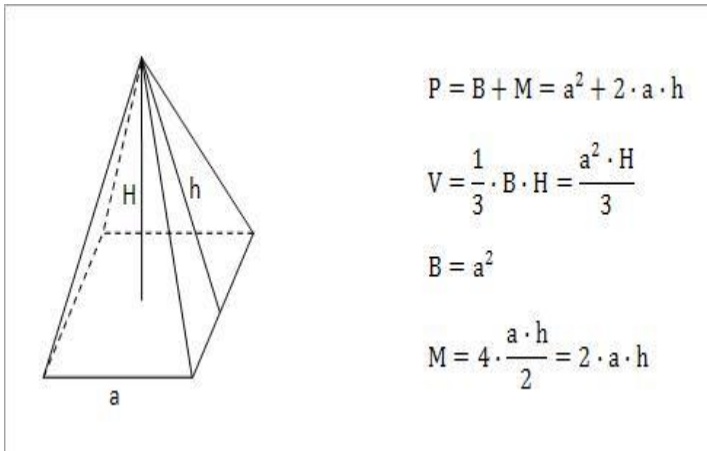
13

ПИРАМИДА

У зависности од базе/основе ПИРАМИДЕ могу бити **ТРОСТРАНЕ, ЧЕТВОРОСТРАНЕ..... n-тострaне. ПОВРШИНА** свих пирамида израчунава се формулом $P=B+M$, а **ЗАПРЕМИНА** $V=1/3 \cdot BH$

ПРАВИЛНА ЧЕТВОРОСТРАНА ПИРАМИДА

ПРАВИЛНА ЧЕТВОРОСТРАНА ПИРАМИДА је **ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО** које се састоји од основе-базе, **КВАДРАТ** ивицеа и омотача, 4 **ЈЕДНАКОКРАКАТРОУГЛА** (ивицеа, крака изводницеа, висине h_a). Правилна четворострана пирамида има **5 темена, 5 страна(1+4), 8 ивица(4 основне и 4 бочне ивице).** Формуле за површину и запремину су:



ПРИМЕР 1. Израчунати запремину правилне четворостране пирамиде ако је њена основа $a=6\text{cm}$, а висина пирамиде $H=8\text{cm}$.

ПОСТУПАК : $a=6\text{cm}$, $H=8\text{cm}$, $V=?$, $\rightarrow V=\frac{1}{3} \cdot B \cdot H$ $B=a^2=(6\text{cm})^2=36\text{cm}^2$ $V=\frac{1}{3} \cdot 36\text{cm}^2 \cdot 8\text{cm}$
 $V=12\text{cm}^2 \cdot 8\text{cm}=96\text{cm}^3$

ОДГОВОР : Запремина правилне четворостране пирамиде је 96cm^3 .

ПРИМЕР 2. Израчунати површину правилне четворостране пирамиде ако је основна ивица $a=6\text{cm}$, а висина бочне стране $h_a=8\text{cm}$.

ПОСТУПАК : $a=6\text{cm}$, $h_a=8\text{cm}$, $P=?$ $\rightarrow P=B+M$ $B=a^2=(6\text{cm})^2=36\text{cm}^2$ $M=2ah_a=2 \cdot 6\text{cm} \cdot 8\text{cm}=96\text{cm}^2$
 $P=36\text{cm}^2+96\text{cm}^2=132\text{cm}^2$

ОДГОВОР : Површина правилне четворостране пирамиде износи 132cm^2 .

ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

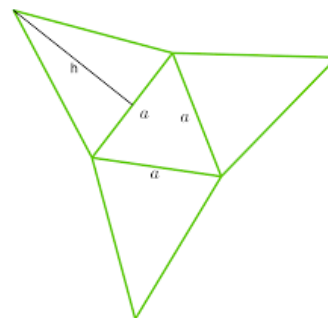
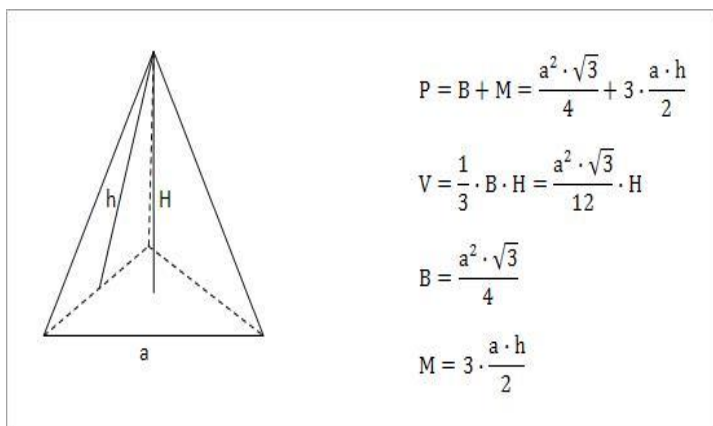
1. Нацртати мрежу правилне четворостране пирамиде.
2. Шта је основа правилне четворостране пирамиде?
3. Како се рачуна површина и запремина правилне четворостране пирамиде?

14

ПРАВА ПРАВИЛНА ТРОСТРАНА ПИРАМИДА

ПРАВИЛНА ТРОСТРАНА ПИРАМИДА је **ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО** које се састоји од базе-основе, **ЈЕДНАКОСТРАНИЧНИ ТРОУГАО** (ивице a) и омотача 4 **ЈЕДНАКОКРАКА ТРОУГЛА** основице a , крака изводнице s , висине h_a (апотема). Правилна тространа пирамида има **4 темена, 4 стране, 6 ивица** (3 основне и 3 бочне ивице). Пирамида чије су све ивице једнаке назива се **ТЕТРАЕДАР**.

Формуле за површину и запремину правилне тростране пирамиде су:



ПРИМЕР 1. Израчунати апотему $h_a = ?$ правилне тростране пирамиде ако је ивица $a = 10\text{cm}$, а површина омотача $M = 45\text{cm}^2$

ПОСТУПАК : $a = 10\text{cm}$, $M = 45\text{cm}^2$, $h_a = ?$, $M = 3 \cdot (a \cdot h_a) / 2$ $45\text{cm}^2 = 3 \cdot (10\text{cm} \cdot h_a) / 2$ $90\text{cm}^2 = 30\text{cm} \cdot h_a$
 $h_a = 3\text{cm}$

ОДГОВОР : Апотема правилне тростране пирамиде износи 3cm.

ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

1. Правилна тространа пирамида је _____.

2. Основа правилне троугране пирамиде је _____ .

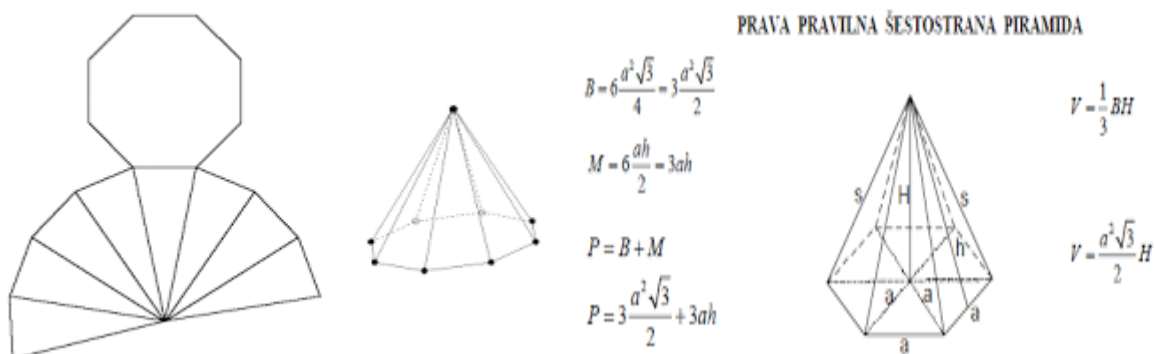
3. Површина правилне троугране пирамиде $P =$ _____ .

4. Запремина правилне троугране пирамиде $V =$ _____ .

15

ПРАВА ПРАВИЛНА ШЕСТОСТРАНА ПИРАМИДА

ПРАВИЛНА ШЕСТОСТРАНА ПИРАМИДА је **ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО** које се састоји од базе-основе, **ШЕСТОУГЛА** (6 подударних једнакостраничних троуглова-странице **a**) и омотача 6 **ЈЕДНАКОКРАКИХ ТРОУГЛОВА** (основице **a** , крака изводнице **s** , висине **h_a**). Правилна шестострана пирамида има 7 темена, 7 страна, 12 ивица (6 основних и 6 бочних). **Формуле** за површину и запремину правилне шестостране пирамиде су:



ПРИМЕР 1. Израчунати површину и запремину правилне шестостране пирамиде ивице $a=10\text{cm}$, апотеме $h_a=12\text{cm}$ и висине пирамиде $H=5\text{cm}$.

ПОСТУПАК : $a=10\text{cm}$, $h_a=12\text{cm}$, $H=5\text{cm}$, $P=?$, $V=? \rightarrow P=B+M$ $B=3 \cdot (a^2 \sqrt{3})/2$ $M=3ah_a$
 $B=3 \cdot (10\text{cm}^2 \sqrt{3})/2=3 \cdot 5 \sqrt{3}\text{cm}^2=15 \sqrt{3}\text{cm}^2$ $M=3 \cdot 10\text{cm} \cdot 12\text{cm}=360\text{cm}^2$
 $P=15 \sqrt{3}\text{cm}^2+360\text{cm}^2=15(\sqrt{3}+24)\text{cm}^2$ $V=1/3 \cdot B \cdot H=1/3 \cdot 15 \sqrt{3}\text{cm}^2 \cdot 5\text{cm}=5 \sqrt{3}\text{cm}^2 \cdot 5\text{cm}=25 \sqrt{3}\text{cm}^3$

ОДГОВОР : Површина правилне шестостране пирамиде износи $15(\sqrt{3}+24)\text{cm}^2$, а запремина $25 \sqrt{3}\text{cm}^3$.

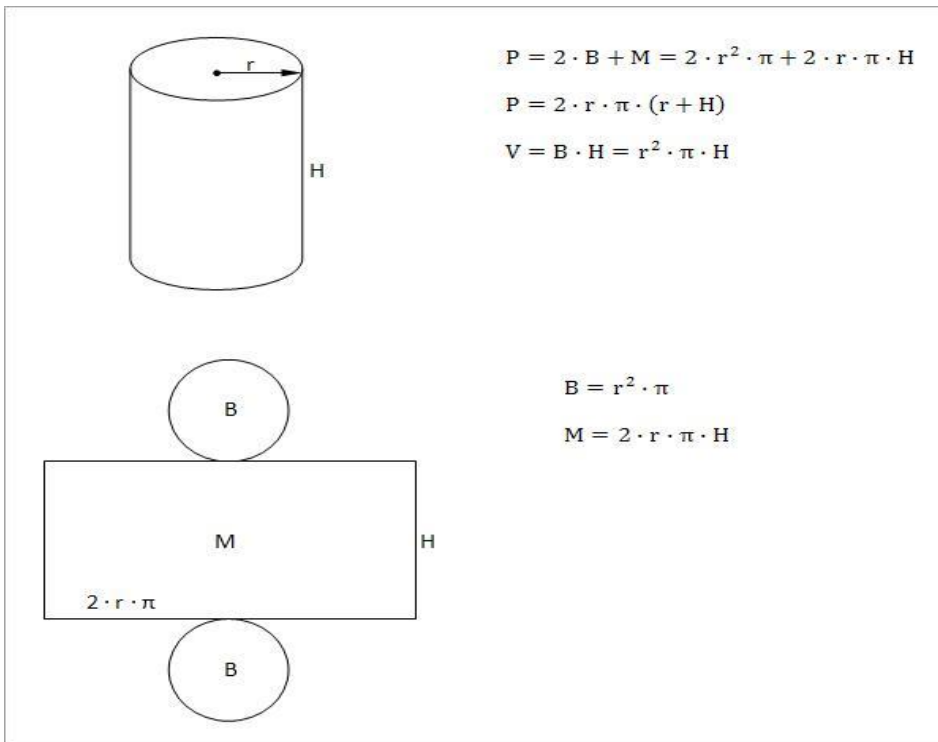
ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

- 1.Основа правилне шестостране пирамиде је _____ .
- 2.Омотач чине _____ троглови .
- 3.Колико правилна шестострана пирамида има темена, страна и ивица?
- 4.Површина правилне шестостране пирамиде $P =$ _____ .
- 5.Запремина правилне шестостране пирамиде $V =$ _____ .

16

ВАЉАК

ВАЉАК је ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО које се састоји од две основе - базе (КРУГ) и омотач (ПРАВОУГАОНИК коме је дужина једне стране једнака ОБИМУ КРУГА $2\pi r$, док је дужина друге стране једнака ВИСИНИ ВАЉКА H). Формуле за површину и запремину ваљка су:



ПРИМЕР 1. Израчунати површину и запремину ваљка полупречника $r = 5\text{cm}$ и висине $H = 16\text{cm}$.

ПОСТУПАК : $r = 5\text{cm}$, $H = 16\text{cm}$, $P = ?$, $V = ?$, $\rightarrow P = 2B + M$ $B = r^2\pi$ $M = 2r\pi H$ $V = B \cdot H$

$$B = (5\text{cm})^2 \pi = 25\pi\text{cm}^2 \quad M = 2 \cdot 5\text{cm} \cdot \pi \cdot 16\text{cm} = 160\pi\text{cm}^2$$

$$P = 2 \cdot 25\pi\text{cm}^2 + 160\pi\text{cm}^2 = 50\pi\text{cm}^2 + 160\pi\text{cm}^2 = 210\pi\text{cm}^2$$

$$V = 25\pi\text{cm}^2 \cdot 16\text{cm} = 400\pi\text{cm}^3$$

ОДГОВОР : Површина ваљка износи $210\pi\text{cm}^2$, а запремина $400\pi\text{cm}^3$.

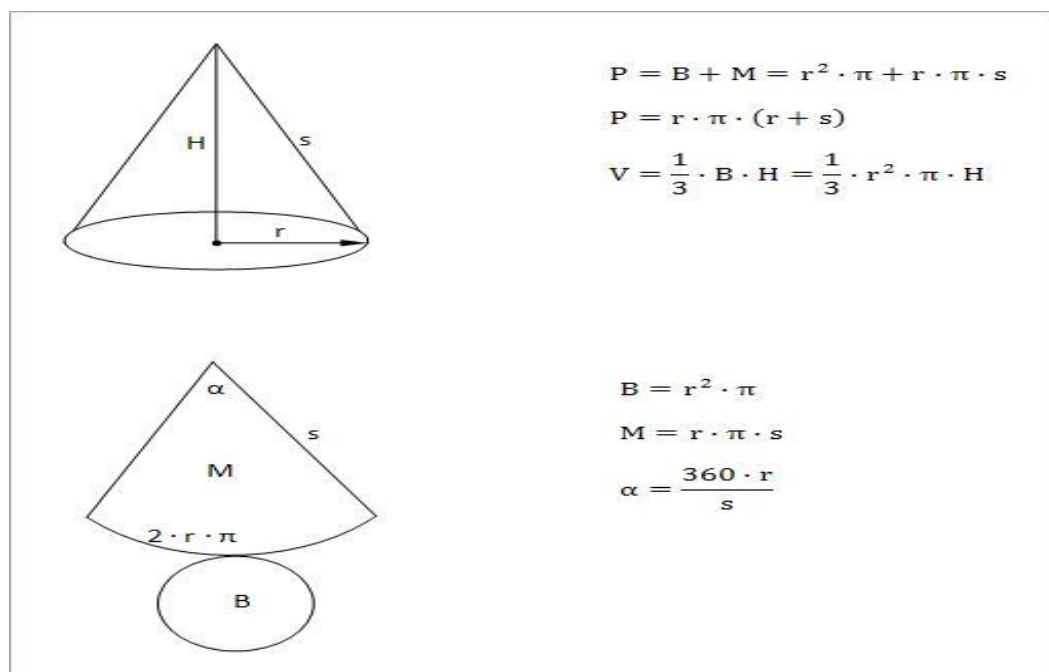
ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

1. Ваљак је _____ тело.
2. Мрежу ваљка чине 2 _____ и _____ .
3. Израчунати површину базе ваљка полупречника $r = 5\text{cm}$.

17

КУПА

КУПА је **ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО** које настаје обртањем **ПРАВОУГЛОГ ТРОУГЛА** око једне катете. Основа купе је **КРУГ** полупречника r . Хипотенуза (s) формира површ која омотава купу и назива се **ОМОТАЧ КУПЕ**. Омотач купе је **КРУЖНИ ИСЕЧАК** чији полупречник је једнак дужини изводнице s . **МРЕЖА КУПЕ** се састоји од **КРУЖНОГ ИСЕЧКА И КРУГА**. Формуле за површину и запремину купе су:



ПРИМЕР 1. Израчунати површину купе чија дужина полупречника базе $r = 3\text{cm}$, а дужина изводнице је $s = 7\text{cm}$.

ПОСТУПАК : $r = 3\text{cm}$, $s = 7\text{cm}$, $P = ?$, $B = ?$, $M = ? \rightarrow P = B + M$

$$B = r^2\pi \rightarrow B = (3\text{cm})^2\pi = 9\pi\text{cm}^2 \quad M = r\pi \cdot s = 3\text{cm} \cdot \pi \cdot 7\text{cm} = 21\pi\text{cm}^2 \quad P = 9\pi\text{cm}^2 + 21\pi\text{cm}^2 = 30\pi\text{cm}^2$$

ОДГОВОР : Површина купе износи $30\pi\text{cm}^2$.

ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

1. Купа је _____ тело.
2. Мрежу купе чини _____ и _____ исечак.
3. Израчунати запремину купе ако је полупречник базе $r = 3\text{ cm}$, а изводница је $s = 5\text{ cm}$.

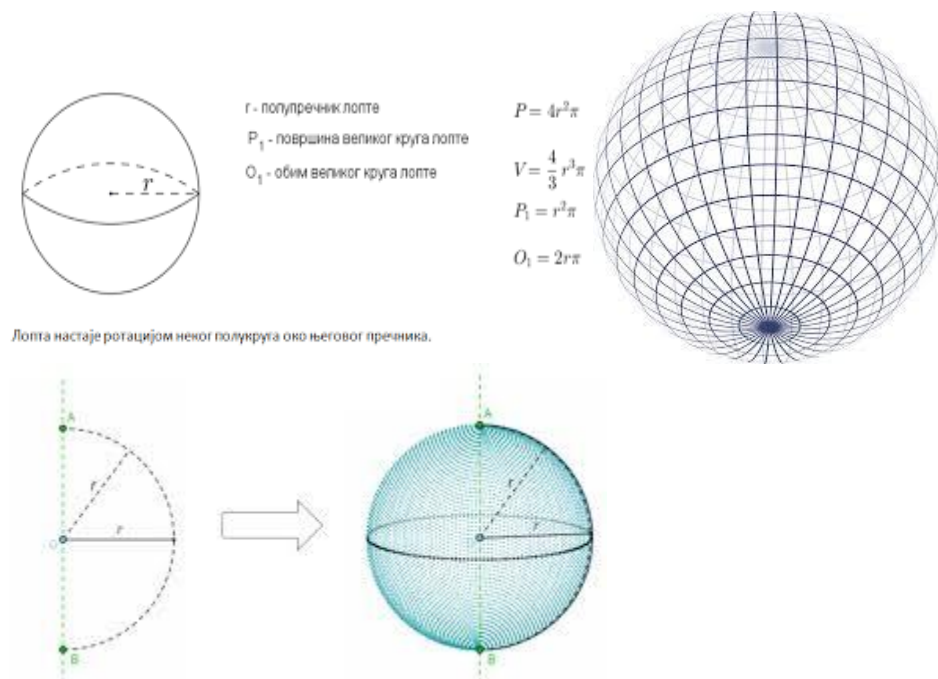
18

ЛОПТА

ЛОПТА је **ГЕОМЕТРИЈСКО ТЕЛО** које је ограничено сфером. **СФЕРА** је скуп тачака једнако удаљених од неке тачке у простору (удаљеност обележавамо r), док лопти припадају све тачке су на мањој или једнакој удаљености од r од те тачке (центра лопте O).

Велики круг лопте добија се када се лопта пресече са равни тако да та равна садржи центар O . Лопта настаје ротацијом (обртањем) неког полукруга око његовог пречника (R).

Формуле за површину и запремину лопте су:



ПРИМЕР 1. Израчунати површину и запремину лопте полупречника $r = 6\text{ cm}$.

ПОСТУПАК : $r = 6\text{ cm}$, $P = ?$, $V = ?$, $\rightarrow P = 4 \cdot r^2 \cdot \pi$ $V = \frac{4}{3} \cdot r^3 \cdot \pi$

$$\begin{aligned} P &= 4 \cdot 6^2 \pi & V &= \frac{4}{3} \cdot 6^3 \pi \\ P &= 4 \cdot 36 \pi & V &= \frac{4}{3} \cdot 216 \pi \\ P &= 144 \pi \text{ cm}^2 & V &= 4 \cdot 72 \pi = 288 \pi \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

ОДГОВОР : Површина лопте износи $144\pi\text{cm}^2$, а запремина $288\pi\text{cm}^3$.

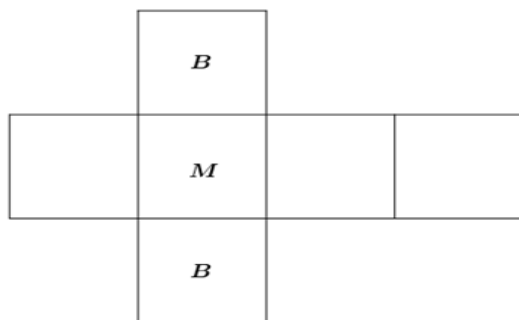
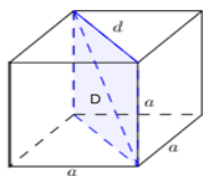
ЗАДАЦИ И ПИТАЊАЗА САМОСТАЛНИ РАД :

1. Које геометријско тело је глобус?
2. Лопта је _____ тело.
3. Израчунати површину лопте полупречника $r = 4\text{cm}$.

19

КОЦКА

КОЦКА је ПРИЗМА ограничена са **6 страна једнаким квадратима. Коцка има **8 темена** и **12 ивица**. За призму која има једнаке основне и бочне ивице кажемо да је **ЈЕДНАКОИВИЧНА**. Формуле за површину и запремину коцке су:**



$$B = a^2$$

$$M = 4a^2$$

$$P = 6a^2$$

$$V = a^3$$

$$d = a\sqrt{2}$$

$$D = a\sqrt{3}$$

$$P_D = a^2\sqrt{2}$$

ПРИМЕР 1. Израчунати површину, запремину и површину дијагоналног пресека коцке ако је ивица коцке $a = 4\text{cm}$.

ПОСТУПАК : $a = 4\text{cm}$, $P=?$, $V=?$, $P_D=?$, $B=?$, $M=? \rightarrow P=6a^2=6 \cdot (4\text{cm})^2=6 \cdot 16\text{cm}^2=96\text{cm}^2$;

$V=a^3=(4\text{cm})^3=64\text{cm}^3$; $P_D=a^2 \cdot \sqrt{2}=(4\text{cm})^2 \cdot \sqrt{2}=16\sqrt{2}\text{cm}^2$

ОДГОВОР : Површина коцке износи 96cm^2 , запремина 64cm^3 , а површина дијагоналног пресека $16\sqrt{2}\text{cm}^2$.

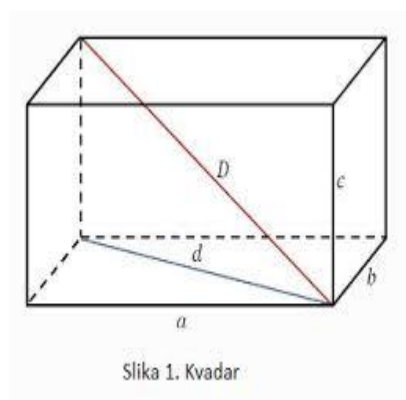
ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

1. Коцка је _____ тело.
2. Колико страна има коцка?
3. Израчунати површину и запремину коцке ивице $a = 3\text{cm}$.
4. Колика је запремина коцке ивице 10cm ?
5. Површина коцке ивице 6cm је _____ cm^2 .

20

КВАДАР

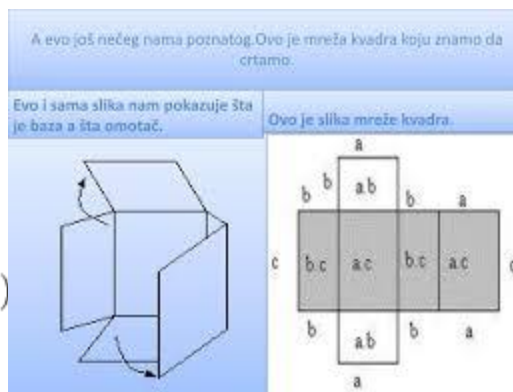
КВАДАР је **ПРИЗМА** ограничена са **6 страна**. Основе квадра су **ПРАВОУГАОНИЦИ**. Квадар има **8 темена** и **12 ивица**. Формуле за површину и запремину квадра су:



$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$P = 2 \cdot (ab + ac + bc)$$

$$d = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$$



Површина дијагоналног пресека $P_{dp} = d \cdot c$

ПРИМЕР 1. Израчунати површину кутије димензија $a=5\text{cm}$, $b=2\text{cm}$, $c=4\text{cm}$.

ПОСТУПАК : $a=5\text{cm}$, $b=2\text{cm}$, $c=4\text{cm}$, $V=? \rightarrow$

$$V = 2 \cdot (ab + ac + bc) = 2 \cdot ((5\text{cm} \cdot 2\text{cm}) + (5\text{cm} \cdot 4\text{cm}) + (2\text{cm} \cdot 4\text{cm})) = 2 \cdot (10\text{cm} + 20\text{cm} + 8\text{cm}) = 2 \cdot 38\text{cm}^3 = 76\text{cm}^3$$

ОДГОВОР : Површина кутије износи 76cm^3 .

ПРИМЕР 2. Колико m^3 воде може да стане у базен који је дугачак $a=25\text{m}$, широк $b=15\text{m}$ и дубок $c=2\text{m}$?

ПОСТУПАК : $a=25\text{m}$, $b=15\text{m}$, $c=2\text{m}$, $V=? \rightarrow V = a \cdot b \cdot c = 25\text{m} \cdot 15\text{m} \cdot 2\text{m} = 750\text{m}^3$

ОДГОВОР : У базен може да стане 750m^3 воде.

ЗАДАЦИ И ПИТАЊА ЗА САМОСТАЛНИ РАД :

1. Квадар је _____ .
2. Основе квадра су _____ .
3. Нацртати мрежу квадра.
4. Површина квадра $P =$ _____ .
5. Запремина квадра $V =$ _____ .

21

ЗАДАЦИ ЗА САМОСТАЛНИ РАД

1. У једном испитивању о страховима учествовало је 200 људи. Од њих 32% је одговорило да се највише плаши змија, 29% инсеката, 12% затвореног простора, 11% игле, 10% висине, а 6% јавног наступа. Попуни табелу.

СТРАХ ОД	БРОЈ ИСПИТАНИКА
Змија	
Инсеката	
Затвореног простора	
Игле	
Висине	
Јавног наступа	

2. Број страна књига које Марјан треба да прочита дат је у табели.

КЊИГА	БРОЈ СТРАНА
Чудесна историја свемира	216
Летописи Земље дрангулија	360
Принц Паг	124
Змајеви иду у школу	248

а) Који је просечан број страна тих књига?

б) Које књиге имају већи број страна од просека?

3. Књига је коштала 720 динара. Ако је све у књижари поскупело за 5%, израчунај нову вредност те књиге.

Књига сада кошта _____ .

4. Допуни празна поља одговарајућим јединицама за мерење (l, kg, g) тако да реченица има смисла.

Стефан је у продавници купио 3 ____ кивија, 200 ____ кафе, 2 ____ уља.

5. Заокружи мерну јединицу којом ћеш измерити сваку од датих величина :

1) дужина мрав	mm	kg
2) маса билијарске кугле	l	g
3) количина шећера у кашици	dm	g
4) маса новчића	g	dl
5) запремина цистерне	m ³	a
6) дужина лета авионом	min	t

22

6. Дванаест зидара сазида једну зграду за 5 дана. За колико дана би исти посао био завршен да је ангажовано 15 зидара?

7. Тридесет % једне дужи износи 42cm. Колика је дужина читаве дужи?

8. За колико процената треба повећати број 60 да би се добио број 75?

9. После преласка на ново радно место једном раднику је плата повежана за 20%. Колика му је била плата ако је то повежање 3.200 динара?

10. Израчунати површину и запремину правилне четворостране пирамиде чија је основна ивица 12cm, а висина пирамиде је 8cm.

11. Полупречник основе ваљка је 7cm, а висина ваљка је 9 cm. Израчунати површину и запремину ваљка.

12. Полупречник основе праве купе је 6cm, а висина купе је 11cm. Израчунати запремину купе.

13. Полупречник лопте је 3cm. Израчунати површину и запремину лопте.

14. На једном километру дужине пута успон износи 48m. Колики је тај успон у процентима?

15. Дужина ивице коцке је 5cm. Израчунати површину и запремину коцке.

16. Збир дужина свих ивица коцке је 24cm. Одредити дужину ивице коцке.

17.Дужине ивица квадра су 3cm, 4cm и 12cm.Одредити површину тог квадра.

18.Колико је потребно квадратних метара картона да се направи кутија облика квадра чије су димензије 50cm, 40cm и 45cm?